

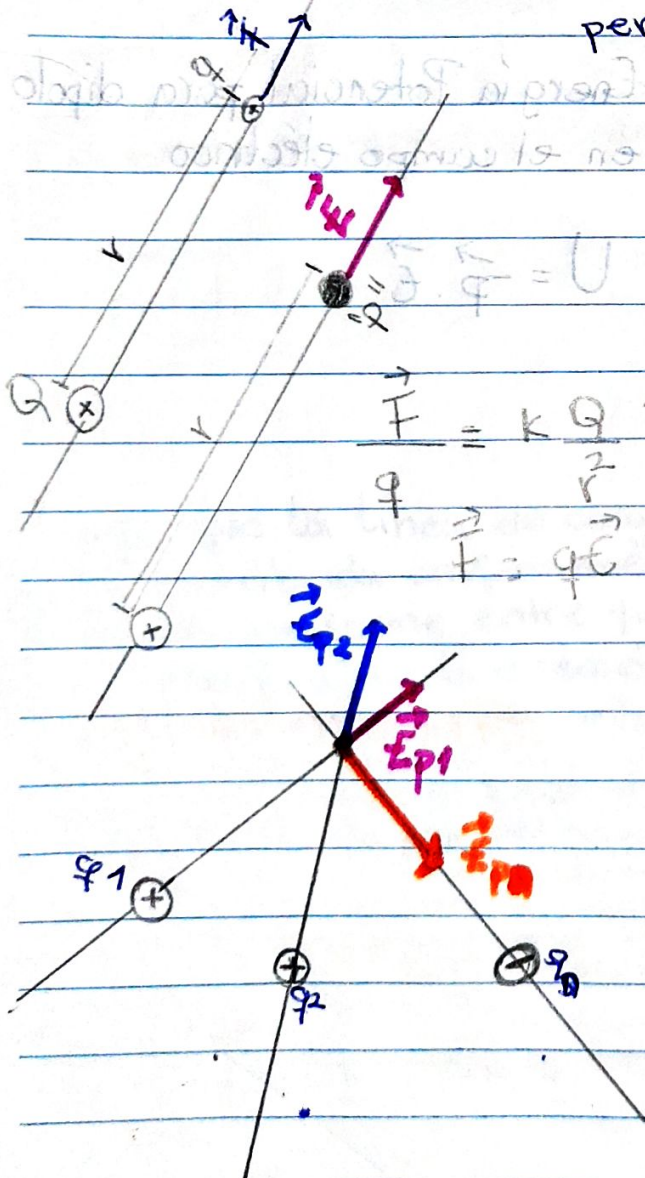
data 16/4/20

S T Q ☒ S S D

Campo Eléctrico - Prof. César Izquierdo
Clase 13: Problema 6: Cálculo del campo eléctrico en el centro de un cuadrado

Cuatro cargas se encuentran en los vértices de un cuadrado, se pide calcular el campo eléctrico en el centro del cuadrado, como la fuerza que experimenta una carga Q en el centro.

$$\vec{F} = k \frac{Qq}{r^2} \hat{r}$$



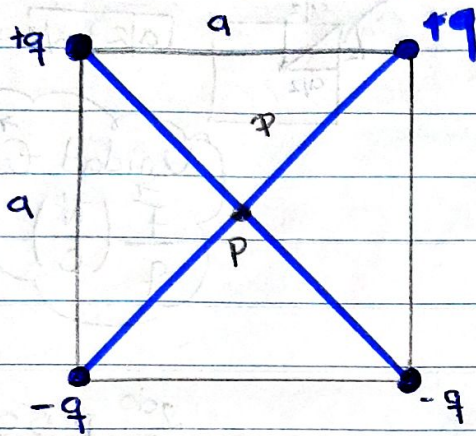
$$\vec{F} = k \frac{Qq}{r^2} \hat{r} = \vec{F} \quad \vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{E}_p = \sum_{i=1}^n \vec{E}_{pi}$$

Problema b: cuatro cargas puntuales de igual magnitud $q = 2\mu\text{C}$, se colocan en los vértices de un cuadrado de lado $a = 5\text{cm}$.

Calcular: a) la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto P, situado en el centro del cuadrado, y b) la fuerza que experimenta una carga $Q = -3\mu\text{C}$, en el punto P.



$$\vec{F} = \frac{kQq}{r^2} \hat{r}$$

$$\frac{\vec{F}}{q} = \vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$$

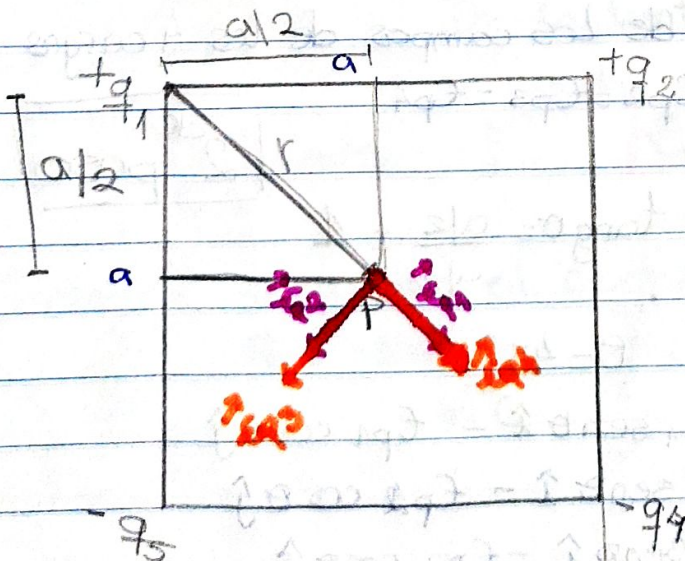
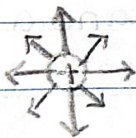
$$(\vec{E}_P)_{\text{neto}} = \sum_i \vec{E}_{Pi}$$

$$\vec{E}_P = \sum E_x \hat{i} + \sum E_y \hat{j}$$

$$\vec{F} = q \vec{E}_P$$

Línea de campo

q^+



$$q = 2\mu\text{C}$$

$$a = 5\text{cm}$$

Calculo $\vec{E}_p$:

$$\vec{E}_p = \vec{E}_{p1} + \vec{E}_{p2} + \vec{E}_{p3} + \vec{E}_{p4}$$

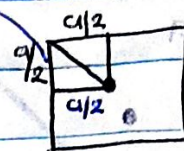
1º paso: Calcular tamaños de los campos.

$$E_{p1} = \frac{kq_1}{r^2}$$

$$E_{p1} = \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{(a/2)^2 + (a/2)^2}$$

tiene un $a/2$

Distancia (r)



$$\sqrt{a/2^2 + a/2^2} = \text{Hip.}$$

$$E_{p1} = \frac{9 \times 10^9 (2 \times 10^{-6})}{2 \left(\frac{0.05}{2} \right)^2}$$

Unidad $\vec{E}$
 $\frac{F}{q} \left(\frac{N}{C} \right)$

~~Magnitud~~ - Tamaño

$$E_{p1} = 1,44 \times 10^7 \text{ N/C}$$

Distancias
Iguales.

Así como
las distancias
de los q_3 y q_4

2º paso

Construcción
vectores.

3º Sumar
vectores

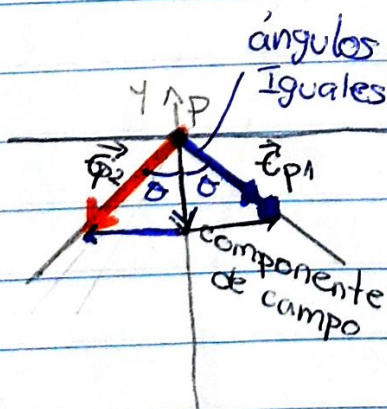
Todas las cargas tienen $2 \mu\text{C}$ y misma distancia

$$E_{p1} = \frac{kq}{r^2} = E_{p2} = E_{p3} = E_{p4}$$

$E_{p1} = 1,44 \times 10^7 \text{ N/C}$ → Tamaño de los campos de los 4 cargas

$$E_{p1} = E_{p2} = E_{p3} = E_{p4}$$

2º paso



$$\tan \theta = \frac{a/2}{a/2} = 1$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\vec{E}_{p1} = E_{p1} \sin \theta \hat{i} - E_{p1} \cos \theta \hat{j}$$

$$\vec{E}_{p2} = -E_{p2} \sin \theta \hat{i} - E_{p2} \cos \theta \hat{j}$$

$$\vec{E}_{p3} = -E_{p3} \sin \theta \hat{i} + E_{p3} \cos \theta \hat{j}$$

$$\vec{E}_{p4} = E_{p4} \sin \theta \hat{i} + E_{p4} \cos \theta \hat{j}$$

3^{er} paso | sumar todos componentes en x
" " " " y

$$U = 10^{-6} \text{ C}$$

$\vec{E}_p = 0 \hat{i} \rightarrow$ Los valores son iguales y existen positivos y negativos con los mismos valores por eso se anulan.

$-4E_p \hat{j} \rightarrow$ Todos los valores son iguales y negativos

$$\vec{E}_p = 0 \hat{i} - 4E_p \cos \theta \hat{j}$$

$$\vec{E}_p = (0, -4E_p \cos \theta) \text{ N/C}$$

$E_x \quad E_y$

$$E_{px} = 0$$

$$E_{py} = 4(1,44 \times 10^7) \cos 45^\circ$$

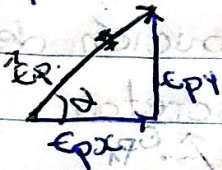
$$E_{py} = 4,07 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_p = (0, -4,07 \times 10^7) \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_p = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

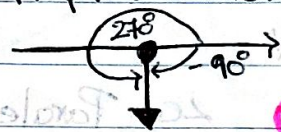
Magnitud campo.

$$E_p = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$



$$\tan \alpha = \frac{E_{py}}{E_{px}}$$

Representación



$$\vec{E}_p = 4,07 \times 10^7 \angle 90^\circ \text{ N/C}$$

Angulo direccional

$$-90^\circ \text{ o } 270^\circ$$

$$\vec{E}_p = 4,07 \times 10^7 \angle 270^\circ \text{ N/C}$$

Por simetría (2da forma).



Se anulan las componentes en x

Por lo tanto el $\vec{E}_p$

se queda con 4 componentes en dirección

$$\vec{E}_p = 4E \cos \theta (-\hat{j}) \text{ N/C}$$

Ejemplo carga en el centro del cuadrado.



$$Q = -3 \mu\text{C}$$

$$= -3 \times 10^{-6} \text{ C}$$

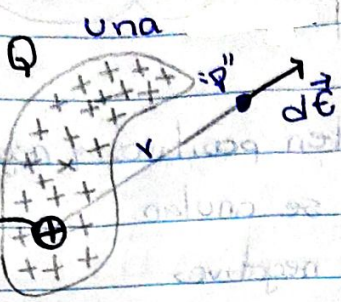
$$\vec{F} = Q \vec{E}_p$$

$$\vec{F}_q = -3 \mu\text{C} (0, -4,07 \times 10^7)$$

$$\vec{F}_q = (0, 122,19) \text{ N}$$

$$\vec{F}_q = 122,19 (+\hat{j}) \text{ N}$$

Cálculo del Campo Eléctrico debido a una continua de carga

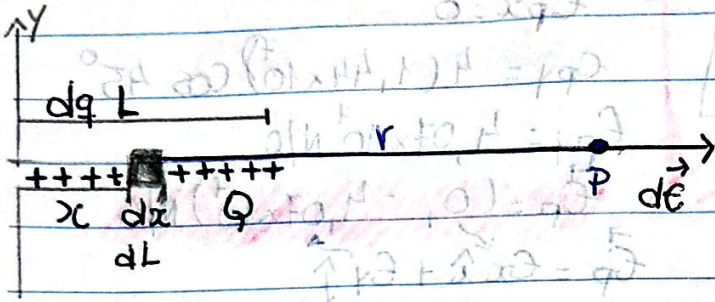


$$\vec{E}_p = \int d\vec{E}$$

Sobre todo el cuerpo cargado

$$\vec{E}_p = \int \frac{k dq}{r^2} \hat{r}$$

diferencial de carga



$$\vec{E}_p = \int \frac{k dq}{r^2} \hat{r}$$

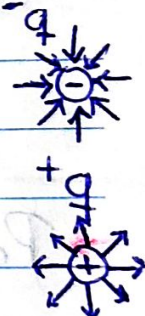
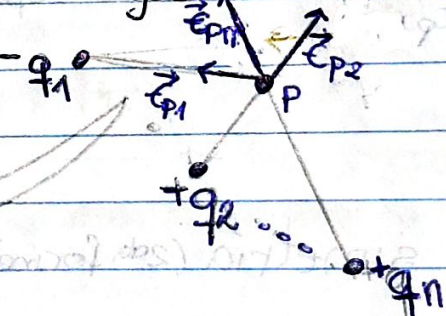
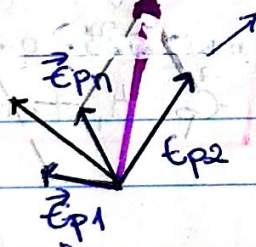
$$dq = \lambda dL$$

$$dq = \sigma dA$$

$$dq = \rho dV$$

Distribución de cargas discretas

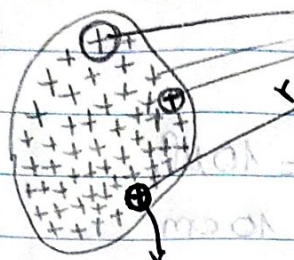
Ley Paralelogramo



$$\vec{E}_p = \sum_{i=1}^n \vec{E}_{pi} \rightarrow \text{Principio de superposición}$$

cuerpo cargado
Positivamente

+Q



$dq \rightarrow$ hace el
Papel de
una partí-
cula pun-
tual

diferencial
de ^{data} campo en el punto
suma de todos

$$\vec{E}_P = \int d\vec{E}$$

Límites de
Integración
Todo el cuerpo
cargado.

Para la física
el diferencial de
carga es grande
comparado con la
carga elemental.

Diferencial de campo

$$d\vec{E} = \frac{k dq}{r^2} \uparrow$$

Entonces el campo en el
punto P es

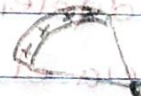
$$\vec{E}_P = \int \frac{k dq}{r^2} \uparrow$$

Hay que unificar
funciones una variable
de integración

Ej: $f(x) dx$

DISTRIBUCIONES DE CARGA

* LINEAL $\rightarrow$ se define una densidad lineal
de cargas " λ " $\lambda = \frac{dq}{dl} \left(\frac{C}{m} \right)$



$$dq = \lambda dl$$

$$dq = \sigma ds$$

* SUPERFICIAL $\rightarrow$ Letra sigma " σ "

Densidad superficial de carga

$$\sigma = \frac{dq}{ds} \left(\frac{C}{m^2} \right)$$



Moneda cargada
negativamente en su
superficie

* VOLUMETRICA $\rightarrow$ " ρ "

$$\rho = \frac{dq}{dv} \left(\frac{C}{m^3} \right)$$

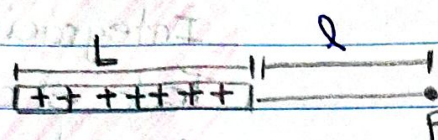
cuerpo cargado en todo su volumen



$$dq = \rho dv$$

Ejercicio 14: Cálculo del campo eléctrico Distribución continua

* Distribución Lineal



Datos: $Q = 10 \mu C$

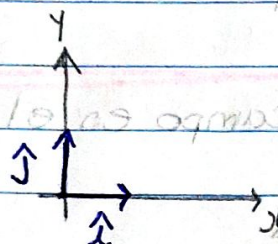
$L = 10 \text{ cm}$

$l = 4 \text{ cm}$

$$\vec{E}_P = \int \frac{k dq}{r^2} \hat{r} \text{ - vector unitario}$$

• Hay que generar un espacio vectorial

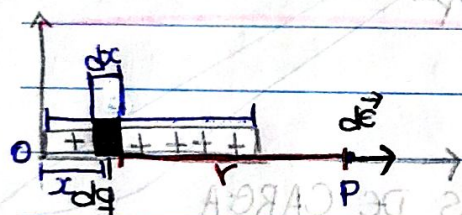
• Considerar un sistema de referencia



• Considerar el campo en dos dimensiones

• $\hat{i}$ y $\hat{j}$ generan un espacio vectorial en dos dimensiones

• Fijar un punto de referencia para medir.



• Sumar los límites de integración sobre el cuerpo cargado

$$dq = \lambda dx \Rightarrow dq = \lambda dx$$

$$r = L + l - x$$

va desde el diferencial de carga hacia el punto P.

• Verificar la distribución de carga para saber su dq

• Definir las líneas de campo.

• Utilizamos la distancia r para calcular el campo.

$$\vec{E}_P = \int_0^L \frac{k \lambda dx}{(L + l - x)^2} \hat{i}$$

$$E_P = \int_0^L \frac{k \lambda dx}{(L + l - x)^2}$$

$$\vec{E}_P = E_P \hat{i} \text{ (N/C)}$$

$$E_p = \int_0^L \frac{k \lambda dx}{(L+l-x)^2}$$

Cambio de variable

$$\mu = L + l - x$$

$$du = -dx$$

$$x=0 \quad u=L+l$$

$$x=1 \quad u=1$$

$$E_p = k \lambda \int \frac{d\mu}{\mu^2}$$

$$G_p = k \lambda \int_{\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2} + l} u^{-2} du$$

$$\int u^{-2} du = \frac{u^{-2+1}}{-2+1} = \frac{u^{-1}}{-1}$$

$$\epsilon_p = -k\lambda \left(\frac{1}{u} \right)_\ell^{L+1}$$

$$e_p = -k\lambda \left[\frac{1}{L+\lambda} - \frac{1}{L} \right]$$

$$E_p = k\lambda \left[\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \lambda} \right]$$

$$\left[\frac{1}{l} - \frac{1}{L+l} \right] = \left[\frac{L+l-l}{l(L+l)} \right] = \frac{L}{l(L+l)}$$

$$\vec{E}_p = \frac{k \lambda L}{\lambda(L+\lambda)} \hat{x} \text{ (N/C)}$$

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

Densidad Lineal

La carga Q está uniformemente cargada

$$L\lambda = 0$$

$$E_p = \frac{kQ}{r(L+r)}$$

→ Campo
en el
punto p