Potencial Eléctrico

→ Se trata de la energía que se asocia con las interacciones eléctricas.

→ El empleo de las ideas de energía ~~hacia~~ hace más fácil la solución de una variedad de problemas de electricidad

→ Cuando una partícula con carga se mueve en un campo eléctrico, el campo ejerce una fuerza que efectua trabajo sobre la partícula. Este trabajo siempre se puede expresar en términos de la energía potencial eléctrica.

→ La energía potencial eléctrica depende de la posición que ocupa la partícula con carga en el campo eléctrico.
Se describir a la energía potencial eléctrica como potencial eléctrico o potencial.

→ Los conceptos de potencial y voltaje son cruciales para entender la manera en que funcionan los circuitos eléctricos.

Energía Potencial eléctrica

→ Los conceptos de trabajo, energía potencial y conservación de la energía son útiles para comprender y analizar las interacciones eléctricas

→ Cuando una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre una partícula que se mueve de un punto a a un punto b, el trabajo $W_{a\to b}$ efectuado por la $\vec{F}$ está dado por la siguiente integral de línea:

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_a^b F\cos\phi \, dl$$ (trabajo realizado por una fuerza).

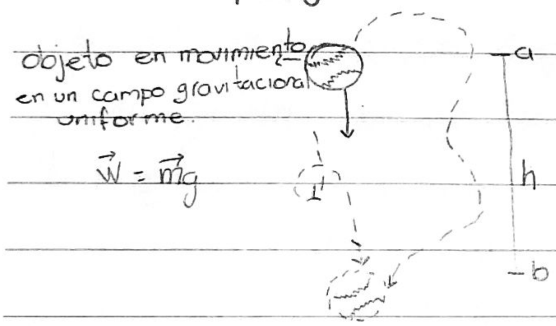
→ Si la fuerza es conservativa, el trabajo realizado por $\vec{F}$ siempre se puede expresar en términos de una energía potencial U.

→ Cuando la partícula se mueve de un punto donde la energía potencial es U_a a otro donde es U_b, el cambio en la energía potencial es $\Delta U = U_b - U_a$ y el trabajo $W_{a \to b}$ que realiza la $\vec{F}$ es:

(23.2) $W_{a \to b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U$ (trabajo efectuado por una fuerza conservativa).

→ Cuando $W_{a \to b}$ es positivo, U_a es mayor que U_b, ΔU es negativo y la energía potencial disminuye.

Trabajo realizado sobre una pelota de béisbol en movimiento en un campo gravitacional uniforme.



El trabajo realizado por la fuerza gravitacional es el mismo para cualquier trayectoria de a a b:

$W_{a \to b} = -\Delta U = mgh$.

→ El teorema del trabajo y la energía establece que el cambio en la energía cinética $\Delta K = K_b - K_a$ durante cualquier desplazamiento es igual al trabajo total realizado sobre la partícula. Si el único trabajo efectuado sobre la partícula lo realizan fuerzas conservativas, entonces la ecuación 23.2 da el trabajo total, y $K_b - K_a = -(U_b - U_a)$. se escribe así:

$$K_a + U_a = K_b + U_b.$$

En estas circunstancias, la energía mécanica total (cinética más potencial) se conserva.

Energía potencial eléctrica en un campo uniforme

→ El trabajo realizado por el campo eléctrico es el producto de la magnitud de la fuerza por la componente de desplazamiento en la dirección (descendente) de la fuerza.

$$W_{a\to b} = Fd = q_0 E d$$

Este trabajo es positivo, toda vez que la fuerza está en la misma dirección que el desplazamiento neto de la carga de prueba.

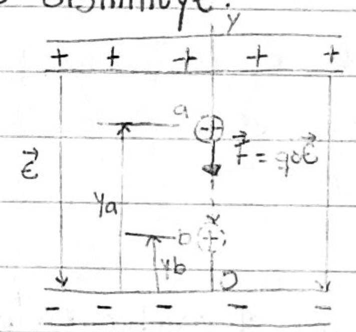
→ El trabajo $W_{a\to b}$ efectuado por el campo es independiente de la trayectoria que sigue la partícula de a a b.

Carga positiva que se desplaza.

a) En la dirección del campo eléctrico

La carga positiva se desplaza en dirección de $\vec{E}$:

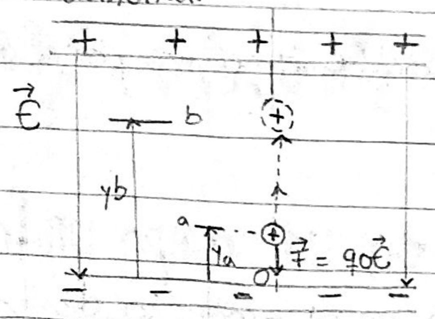
- El campo realiza un trabajo positivo sobre la carga
- U disminuye.



b) En la dirección opuesta $\vec{E}$

La carga positiva se desplaza en dirección opuesta a $\vec{E}$:

- El campo realiza un trabajo negativo sobre la carga
- U aumenta.



→ Cuando y_a es mayor que y_b, la carga de prueba positiva q_0 se mueve hacia abajo, en la misma dirección que $\vec{E}$; el desplazamiento tiene lugar en la misma dirección que la fuerza $\vec{F} = q_0\vec{E}$, por lo que el campo realiza trabajo positivo y U disminuye.

→ Cuando y_a es menor que y_b, la carga de prueba positiva q_0 se mueve hacia arriba, en dirección opuesta a $\vec{E}$; el desplazamiento se opone a la $\vec{F}$, el campo hace un trabajo negativo y U aumenta.

→ Si la carga de prueba q_0 es negativa, la energía potencial aumenta cuando se mueve a favor del campo y disminuye cuando se mueve en contra del campo

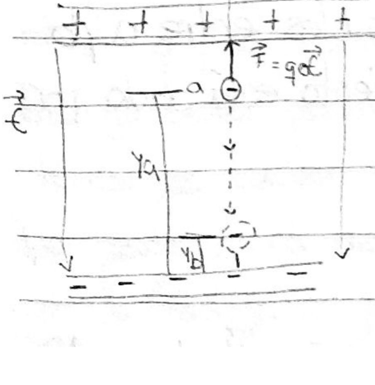
→ Sea positiva o negativa la carga de prueba, se aplica la siguiente regla general: **U aumenta si la carga de prueba se mueve en dirección opuesta a la fuerza eléctrica $\vec{F} = q_0\vec{E}$. U disminuye si q_0 se mueve en la misma dirección que $\vec{F} = q_0\vec{E}$.**

Una carga negativa que se desplaza

a) En dirección del campo eléctrico $\vec{E}$

La carga negativa se desplaza en la dirección de $\vec{E}$:

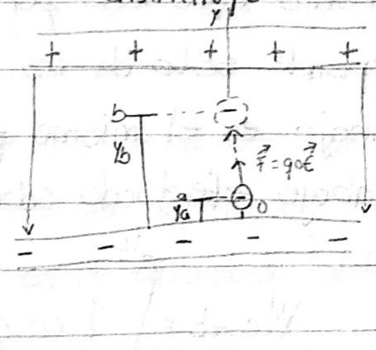
- El campo realiza trabajo negativo sobre q_0
- U aumenta



b) En dirección opuesta a $\vec{E}$

∴ El campo realiza trabajo positivo sobre la carga.

- U disminuye



Energía potencial de dos cargas puntuales.

→ Cualquier distribución de carga se representa como un conjunto de cargas puntuales.

→ Es útil calcular el trabajo realizado sobre una carga de prueba q_0 que se mueva en el campo eléctrico ocasionado por una sola carga puntual estacionaria q.

→ Se considerará un desplazamiento a lo largo de una línea radial, del punto a al punto b. La fuerza sobre q_0 está dada por la Ley de Coulomb, y su componente radial es:

$$F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r^2}$$

→ Si q y q_0 tienen el mismo signo, la fuerza es de repulsión y F_r es positiva; si las dos cargas tienen signos opuestos, la fuerza es de atracción y F_r es negativa.

→ La fuerza no es constante durante el desplazamiento, y se tiene que integrar para obtener el trabajo $W_{a\to b}$ que realiza esta fuerza sobre q_0 a medida que q_0 se mueve de a a b.

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} dr = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

→ El trabajo efectuado por la fuerza eléctrica para esta trayectoria particular depende sólo de los puntos extremos.

→ El trabajo es el mismo para todas las trayectorias posibles entre a y b.

→ El trabajo efectuado sobre q_0 durante este desplazamiento está dado por

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F \cos\phi \, dl = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \cos\phi \, dl.$$

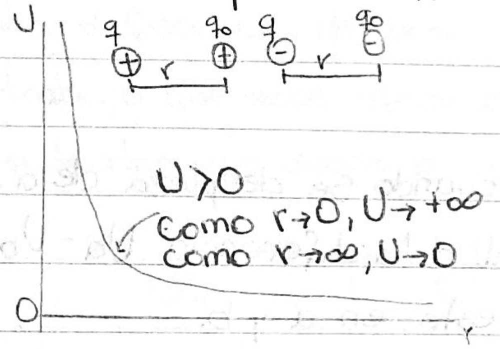
→ El trabajo realizado durante un desplazamiento pequeño $d\vec{l}$ depende sólo del cambio dr en la distancia r entre las cargas, el cual es la componente radial del desplazamiento

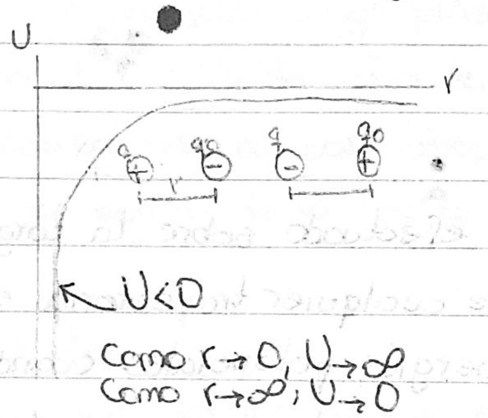
→ El campo eléctrico producido por q sólo depende de r_a y r_b.
→ La energía potencial U cuando la carga de prueba q_0 está a cualquier distancia r de la carga q es:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q q_0}{r}$$ (energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales q y q_0).

→ La energía potencial es positiva si las cargas q y q_0 tienen el mismo signo y negativa si tienen signos opuestos.

• Gráficas de la energía potencial U de dos cargas puntuales q y q_0 contra su separación r.





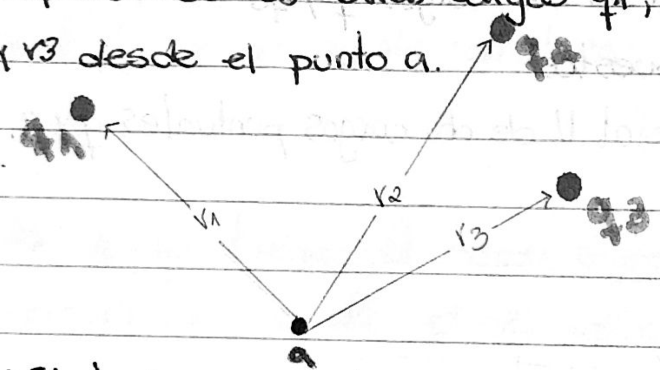
→ La energía potencial U es proporcional a $1/r$, mientras que la componente de la fuerza F_r es proporcional a $1/r^2$.
→ La energía potencial siempre se define en relación con algún punto de referencia donde $U=0$, $U=0$ cuando q y q_0 están infinitamente alejadas y $r=\infty$.
→ Si q y q_0 tienen el mismo signo, la interacción será de repulsión, este trabajo será positivo y U será positiva en cualquier separación finita. Si las cargas tienen signos opuestos, la interacción es de atracción, el trabajo efectuado será negativo y U será negativa.

Energía potencial eléctrica con varias cargas puntuales

El campo eléctrico total en cada punto es la suma vectorial de los campos debidos a las cargas individuales, y el trabajo total realizado sobre q_0 durante cualquier desplazamiento es la suma de las contribuciones de las cargas individuales. Se concluye que la energía potencial asociada con la carga de prueba q_0 en el punto a es la suma algebraica.

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$ (carga puntual q_0 y conjunto de cargas q_i)

La energía potencial asociada con la carga q_0 en el punto a depende de las otras cargas q_1, q_2 y q_3 y de sus distancias r_1, r_2 y r_3 desde el punto a.



→ El trabajo efectuado sobre la carga q_0 cuando se desplaza de a a b a lo largo de cualquier trayectoria es igual a la diferencia $U_a - U_b$ entre las energías potenciales cuando q_0 está en a y b.

→ Se puede representar cualquier distribución de carga como un conjunto de cargas puntuales.

→ Es posible encontrar una función de la energía potencial para cualquier campo eléctrico estático.

→ **Para todo campo eléctrico debido a una distribución de carga estática, la fuerza ejercida por ese campo es conservativa.**

→ Si se comienza con las cargas q_1, q_2 y q_3, ... todos separados entre sí por distancias infinitos, y luego se las acerca de manera que la distancia entre q_i y q_j sea r_{ij}, la energía potencial total U es la suma de las energías potenciales de interacción para cada par de cargas. Esto se escribe como:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i<j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Esta suma se extiende a todos los pares de cargas; no se permite que $i=j$ (porque eso sería la interacción de una carga consigo misma), y sólo se incluyen términos con $i<j$ para garantizar que cada par se tome en cuenta sólo una vez.

Interpretación de la energía potencial eléctrica

→ Definimos la energía potencial eléctrica en términos del trabajo realizado por el campo eléctrico sobre una partícula con carga que se mueve en el campo.

→ La diferencia de energía potencial $U_a - U_b$ es igual al trabajo que efectúa la fuerza eléctrica cuando la partícula se desplaza de a a b.

→ La diferencia de energía potencial $U_a - U_b$ se define entonces como el trabajo que debe efectuar una fuerza externa para desplazar la partícula lentamente desde b hasta a en contra de la fuerza eléctrica.

Potencial eléctrico.

→ Este concepto es muy útil en los cálculos que implican energías de partículas con carga.

→ El potencial eléctrico se relaciona estrechamente con el campo eléctrico $\vec{E}$.

→ **El potencial es la energía potencial por unidad de carga. Se define el potencial V en cualquier punto en el campo eléctrico como la energía potencial U por unidad de carga asociada con una carga de prueba q_0 en ese punto:**

$$V = \frac{U}{q_0} \quad \text{o bien,} \quad U = q_0 V$$

→ Tanto la energía potencial como la carga son escalares, por lo que el potencial es una cantidad escalar.

→ La unidad del SI para el potencial se llama volt (1V) en honor del cientí fico italiano y experimentador eléctrico Alejandro Volta (1745-1827), y es igual a 1 joule por coulomb:

$$1\,V = 1\,volt = 1\,J/C = 1\,joule/coulomb.$$

→ La diferencia de potencial entre dos puntos con frecuencia se denomina voltaje.

→ $$\frac{W_{a\to b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a) = V_a - V_b.$$

V_{ab}, el potencial de a con respecto a b, es igual al trabajo realizado por la fuerza eléctrica cuando una unidad de carga se desplaza de a a b.

→ El trabajo que debe hacer por unidad de carga la fuerza externa es, por lo tanto, $(U_a - U_b)/q_0 = V_a - V_b = V_{ab}$. **$V_{ab}$, el potencial de a con respecto a b, es igual al trabajo que debe efectuarse para desplazar con lentitud una UNIDAD de carga de b a a contra la fuerza eléctrica.**

→ El instrumento que mide la diferencia de potencial entre dos puntos se llama voltímetro.

Cálculo del potencial eléctrico.

→ Para encontrar el potencial V debido a una sola carga puntual q, se divide la ecuación 23.9 entre q_0:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \quad \text{(potencial debido a una carga puntual).}$$

r es la distancia de la carga puntual q al punto en que se evalúa el potencial.

Si q es positiva, el potencial que produce es positivo en todos los puntos; si q es negativa, produce un potencial negativo en cualquier lugar. V es igual a cero en $r = \infty$; el potencial, como el campo eléctrico, es independiente de la carga de prueba q_0 que se utiliza para definirlo.

→ Para encontrar el potencial debido a un conjunto de cargas puntuales se divide la ecuación (23.10) entre q_0:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$ (potencial debido a un conjunto de cargas puntuales).

r_i es la distancia de la i-ésima carga, q_i, al punto en que se evalúa V.

→ El potencial eléctrico debido a una colección de cargas puntuales es la suma escalar de los potenciales debidos a cada carga.

→ Una distribución continua de carga a lo largo de una línea, sobre una superficie o a través de un volumen, se divide la carga en elementos dq y la suma en la ecuación (23.15) se convierte en integral:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$ (potencial debido a una distribución continua de carga).

r es la distancia que hay entre el elemento con carga dq y el punto del campo donde se desea obtener V.

→ El potencial es igual a cero en puntos que están infinitamente lejos de todas las cargas.

Superficies equipotenciales

→ El potencial en varios puntos de un campo eléctrico puede representarse gráficamente por medio de superficies equipotenciales.

→ Una superficie equipotencial es una superficie tridimensional sobre la que el potencial eléctrico V es el mismo en todos los puntos. Si una carga de prueba q_0 se desplaza de un punto a otro sobre tal superficie, la energía potencial eléctrica q_0V permanece constante. En una región en la que existe un campo eléctrico, es posible construir una superficie equipotencial a través de cualquier punto.

Superficies equipotenciales y Líneas de campo.

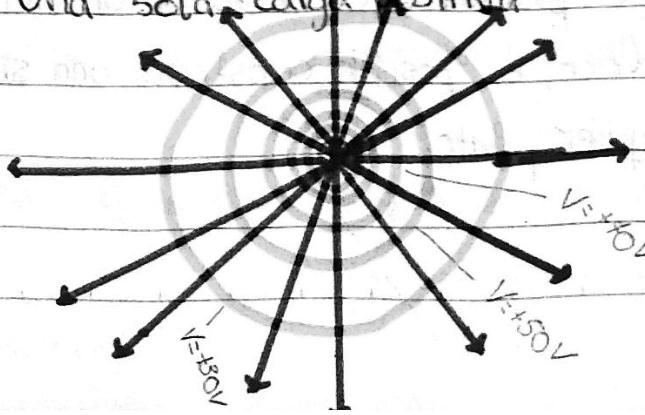
→ Como la energía potencial no cambia a medida que una carga de prueba se translada sobre una superficie equipotencial, el campo eléctrico no realiza trabajo sobre esa carga. De ello se deriva que $\vec{E}$ debe ser perpendicular a la superficie en cada punto, de manera que la fuerza eléctrica $q_0\vec{E}$ siempre es perpendicular al desplazamiento de una carga que se mueva sobre la superficie. **Las líneas de campo y las superficies equipotenciales siempre son perpendiculares entre sí.**

→ Para el caso especial de un campo uniforme, en el que las líneas de campo son rectas, paralelas y están igualmente espaciadas, las superficies equipotenciales son planos paralelos perpendiculares a las líneas de campo.

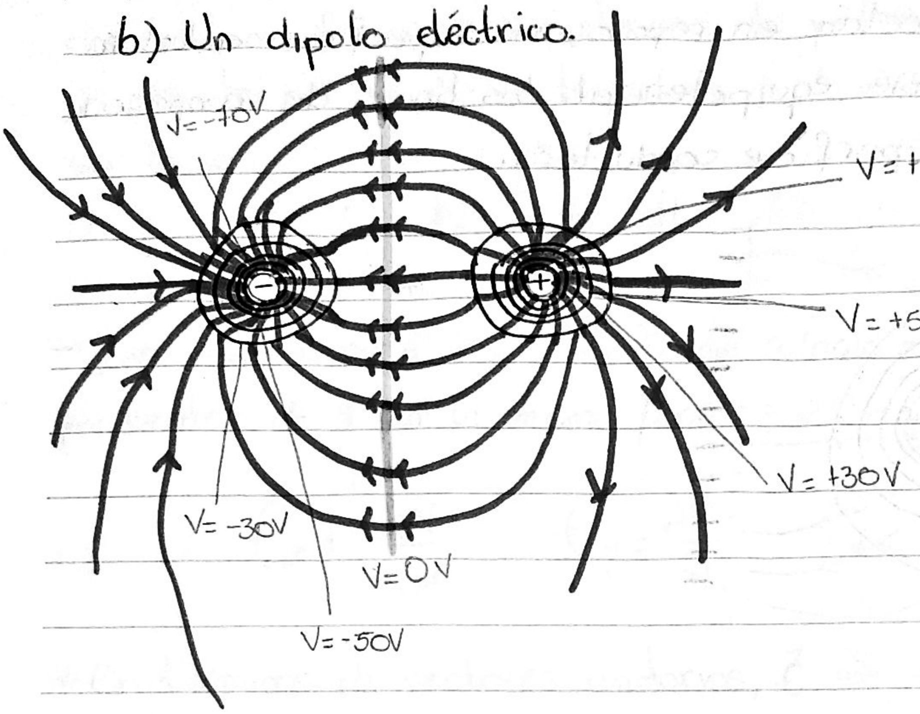
→ Las líneas de campo en el plano de las cargas están representadas por líneas rojas, y las interacciones de las superficies equipotenciales con este plano. Las superficies equipotenciales reales son tridimensionales. En cada cruce de una línea equipotencial y una línea de campo, los dos son perpendiculares.

Secciones transversales de superficies equipotenciales (líneas azules) y líneas de campo eléctricos (líneas rojas) para arreglos de cargas puntuales. Hay diferencias de potencial iguales entre superficies adyacentes. Compare estos diagramas con los de la figura 21.29, que sólo muestran líneas de campo eléctricas.

a) Una sola carga positiva

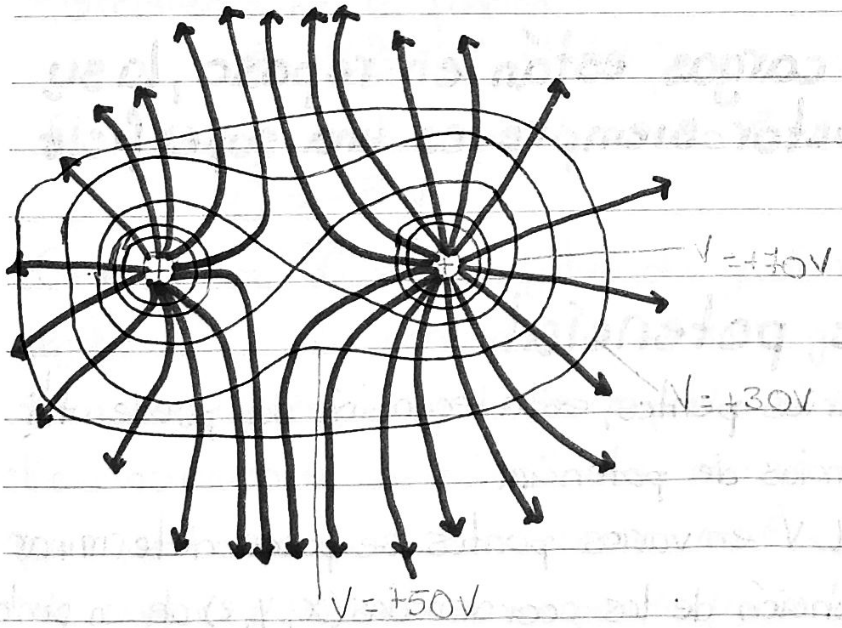


b) Un dipolo eléctrico.



— Secciones transversales de superficies equipotenciales

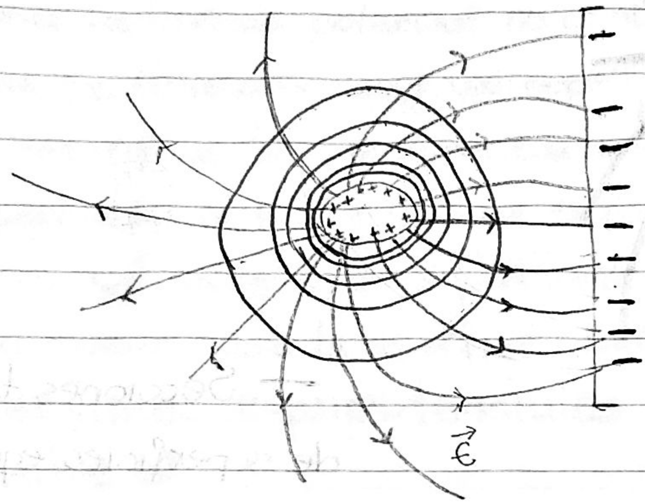
c) Dos cargas iguales positivas → Líneas de campo eléctrico.



→ El campo efectúa una cantidad relativamente grande de trabajo sobre una carga de prueba en un desplazamiento más pequeño.

→ En una superficie equipotencial dada, el potencial V tiene el mismo valor en todos los puntos. Sin embargo, en general la magnitud del campo eléctrico E no es la misma en todos los puntos sobre una superficie equipotencial.

Cuando las cargas están en reposo, una superficie conductora siempre es una superficie equipotencial. Los líneas de campo son perpendiculares a una superficie conductora.



Equipotenciales y conductores

→ **Cuando todas las cargas están en reposo, la superficie de un conductor siempre es una superficie equipotencial.**

Gradiente de potencial

→ Si se conoce $\vec{E}$ en varios puntos, esta ecuación se puede utilizar para calcular los diferencias de potencial.

→ Si se conoce el potencial V en varios puntos se puede determinar $\vec{E}$. Considerando que V es función de las coordenadas (x, y, z) de un punto en el espacio, se demostrará que los componentes de $\vec{E}$ se relacionan directamente con los derivadas parciales de V con respecto a x, y y z.

→ $V_a - V_b$ es el potencial de a con respecto a b, es decir, el cambio de potencial encontrado en un desplazamiento de b a a. Esto se escribe

$$V_a - V_b = \int_b^a dV = -\int_a^b dV$$

donde dV es el cambio infinitesimal del potencial que acompaña un elemento infinitesimal $\vec{dl}$ de la trayectoria de b a a. Al compararla con la ecuación se tiene:

$$-\int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

→ Los componentes y y z de $\vec{E}$ se relacionan con las derivadas correspondientes de V en la misma forma, por lo que se tiene:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$ (componentes de $\vec{E}$ en términos de V).

→ En términos de vectores unitarios, $\vec{E}$ se escribe como:

$$\vec{E} = -\left(\hat{\imath}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$ ($\vec{E}$ en términos V).

→ Gradiente de la función f:

$$\vec{\nabla} f = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) f$$

El operador denotado por el símbolo $\vec{\nabla}$ se llama "grad" o "del".

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V.$$

Esto se lee: "$\vec{E}$ es el negativo del gradiente de V" o "$\vec{E}$ es igual al gradiente negativo de V". La cantidad $\vec{\nabla} V$ se llama gradiente de potencial.

→ En cada punto, el gradiente de potencial señala en la dirección en que V se incrementa con más rápidez con un cambio de posición. De esta forma, en cada punto la dirección de $\vec{E}$ es la dirección en que V disminuye más rápido y siempre es perpendicular a la superficie equipotencial que pasa a través del punto.

→ Si $\vec{E}$ es radial con respecto a un punto o un eje, y r es la distancia del punto o eje, la relación correspondiente a las ecuaciones 23.19 es:

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}$$ (campo eléctrico radial).

→ La obtención de V a partir de $\vec{E}$ requiere integración, y la obtención de $\vec{E}$ a partir de V requiere diferenciación.

23.1: Conservación de energías con fuerzas eléctricas.

Un positrón (antipartícula del electrón) tiene una masa de $9,11 \times 10^{-31}$ kg y una carga $+e = 1,60 \times 10^{-19}$ C. Suponga que un positrón se mueve en la vecindad de una partícula alfa cuya carga es $+2e = 3,20 \times 10^{-19}$ C. La partícula alfa tiene una masa más de 7000 veces mayor que ~~del~~ la del positrón, por lo que se supondrá que está en reposo en algún marco de referencia inercial. Cuando el positrón está a $1,00 \times 10^{-10}$ m de la partícula alfa, se aleja de está con una rapidez de $3,00 \times 10^{6}$ m/s.

a). ¿Cuál es la rapidez del positrón cuando las dos partículas están separadas por una distancia de 2.00×10^{-10} m?

b). ¿Cuál es la rapidez del positrón cuando está muy alejado de la partícula alfa?

c). ¿Cómo cambiaría la situación si la partícula en movimiento fuera un electrón (igual masa que la del positrón pero con carga opuesta)?

• La fuerza eléctrica entre el positrón y la partícula alfa es conservativa, por lo que la energía mecánica (cinética más potencial) se conserva.

• Las energías cinética y potencial en dos puntos cualesquiera a y b están relacionadas por la ecuación 23.3, $K_a - U_a = K_b - U_b$, y la energía potencial a cualquier distancia r está dada por la ecuación 23.9. Se da información completa sobre el sistema en un punto a en el que las dos cargas están a una distancia de $1,00 \times 10^{-10}$ m. Se usan las ecuaciones 23.3 y 23.9 para encontrar la rapidez con dos valores diferentes de r en los incisos a) y b), y para el caso en que la carga +e se sustituye por −e en el inciso c).

a) En esta parte, $r_b = 2,00 \times 10^{-10}$ m y se desea obtener la rapidez final v_b del positrón. Esto aparece en la expresión de la energía cinética final, $K_b = 1/2\, m v_b^2$; y al resolver la ecuación de conservación de la energía para K_b se tiene:

$$K_b = K_a + U_a - U_b$$

Los valores de las energías en el lado derecho de esta expresión son: $k_a = \frac{1}{2} m v_a^2 = \frac{1}{2}(9{,}11 \times 10^{-31} kg)(3{,}00 \times 10^{6} m/s)^2 = 4{,}10 \times 10^{-18} J$

$$U_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r_a}$$
$$= (9{,}0 \times 10^{9} N.m^2/C^2) \frac{(3{,}20 \times 10^{-19} C)(1{,}60 \times 10^{-19} C)}{1{,}00 \times 10^{-10} m}$$
$$= 4{,}61 \times 10^{-18} J$$

$$U_b = (9{,}0 \times 10^{9} N.m^2/C^2) \frac{(3{,}20 \times 10^{-19} C)(1{,}60 \times 10^{-19} C)}{2{,}00 \times 10^{-10} m}$$
$$= 2{,}30 \times 10^{-18} J$$

Por lo tanto, la energía cinética final es

$$k_b = 1/2\, m v_b^2 = k_a + U_a - U_b$$
$$= 4{,}10 \times 10^{-18} J + 4{,}61 \times 10^{-18} J - 2{,}30 \times 10^{-18} J$$
$$= 6{,}41 \times 10^{-18} J$$

y la rapidez final del positrón es

$$v_b = \sqrt{\frac{2k_b}{m}} = \sqrt{\frac{2(6{,}41 \times 10^{-18} J)}{9{,}11 \times 10^{-31} kg}} = 3{,}8 \times 10^{6} m/s$$

La fuerza es de repulsión, por lo que el positrón acelera conforme se aleja de la partícula alfa estacionaria.

b) Cuando las posiciones finales del positrón y la partícula alfa están muy lejos una de otra, la separación r_b tiende al infinito y la energía potencial final U_b tiende a cero. Así, la energía cinética final del positrón es:

$$k_b = k_a + U_a - U_b = 4{,}10 \times 10^{-18} J + 4{,}61 \times 10^{-18} J - 0 = 8{,}71 \times 10^{-18} J$$

y su rapidez final es

$$v_b = \sqrt{\frac{2k_b}{m}} = \sqrt{\frac{2(8{,}71 \times 10^{-18} J)}{9{,}11 \times 10^{-31} kg}}$$

Al comparar este resultado con el del inciso a) se observa que conforme el positrón se mueve de $r = 2{,}00 \times 10^{-10} m$ al infinito, el trabajo adicional realizado sobre él por el campo eléctrico de la partícula alfa

incrementa la rapidez aproximadamente en un 16%. Esto se debe a que la fuerza eléctrica disminuye rápidamente con la distancia
c) Si la carga en movimiento es negativa, la fuerza sobre su ella es de atracción en vez de repulsión, y se espera que disminuya en vez de acelerar. La única diferencia en los cálculos anteriores es que las dos cantidades de energía potencial son negativas. Del inciso a) a una distancia $r_b = 2{,}00 \times 10^{-10}$ m se tiene

$$K_b = K_a + U_a - U_b$$
$$= 4{,}10 \times 10^{-18} J + (-4{,}61 \times 10^{-18} J) - (-2{,}30 \times 10^{-18} J)$$
$$= 1{,}79 \times 10^{-18} J$$

$$v_b = \sqrt{\frac{2K_b}{m}} = 2{,}0 \times 10^{6} m/s$$

Del inciso b), con $r_b = \infty$, la energía cinética del electrón parecería ser

$$K_b = K_a + U_a - U_b$$
$$= 4{,}10 \times 10^{-18} J + (-4{,}61 \times 10^{-18} J) - 0 = -5{,}1 \times 10^{-19} J$$

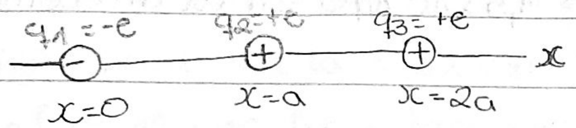
¡Pero las energías cinéticas nunca son negativas! Este resultado significa que el electrón nunca puede alcanzar $r_b = \infty$; la fuerza de atracción lleva al electrón a detenerse a una distancia finita de la partícula alfa y luego comenzará a moverse hacia la partícula alfa. Si se iguala K_b a cero en la ecuación de la conservación de la energía mecánica, se puede resolver para determinar la distancia r_b en la que el electrón se encuentra en reposo momentaneo.

23.2 Sistema de cargas puntuales.

Dos cargas puntuales se localizan en el eje x, $q_1 = -e$ en $x = 0$ y $q_2 = +e$ en $x = a$, a) Determine el trabajo que debe realizar una fuerza externa para llevar una tercera carga puntual $q_3 = +e$ del infinito a $x = 2a$.

b) Determine la energía potencial total del sistema de tres cargas.

- Este problema implica la relación entre el trabajo efectuado para mover una carga puntual y el cambio en la energía potencial. También implica la expresión para la energía potencial de un conjunto de cargas puntuales.
- Dibujo de la situación después de que se ha traído la tercera carga del infinito.



Presenta el arreglo final de las tres cargas. Para determinar el trabajo que se requiere para traer a q_3 del infinito, se usa la ecuación 23.10 para encontrar la energía potencial asociada con q_3 en la presencia de q_1 y q_2. Después se emplea la ecuación 23.11 para determinar la energía potencial total del sistema.

- a) El trabajo que debe hacer una fuerza externa $\vec{F}_{ext}$ sobre q_3 es igual a la diferencia entre dos cantidades: la energía potencial U asociada con q_3 cuando está en $x = 2a$ y la energía potencial que tiene cuando está infinitamente lejos. La segunda de éstas es igual a cero, por lo que el trabajo que debe realizarse es igual a U. Las distancias entre las cargas son $r_{13} = 2a$ y $r_{23} = a$, por lo que a partir de la ecuación 23.10.

$$W = U = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}}\right) = \frac{+e}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-e}{2a} + \frac{+e}{a}\right) = \frac{+e^2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

Si q_3 se lleva del infinito a lo largo del eje $+x$, es atraída por q_1 pero repelida con más fuerza por q_2; por ello, debe hacerse un trabajo positivo para llevar q_3 a la posición $x = 2a$

b) La energía potencial total del conjunto de tres cargas está dado por la ecuación 23.11:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i<j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{(-e)(e)}{a} + \frac{(-e)(e)}{2a} + \frac{(e)(e)}{a}\right) = \frac{-e^2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

23.3 Fuerza eléctrica y potencial eléctrico

En el interior de un acelerador lineal, un protón (carga $+e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C) se desplaza en línea recta de un punto a a otro punto b una distancia total $d = 0{,}50$ m. A lo largo de esta línea, el campo eléctrico es uniforme con magnitud $E = 1{,}5 \times 10^{7}$ V/m $= 1{,}5 \times 10^{7}$ N/C en la dirección de a a b. Determine:

a) La fuerza sobre el protón;

b) el trabajo realizado sobre este por el campo;

c) la diferencia de potencial $V_a - V_b$.

• Este problema usa la relación entre el campo eléctrico (que es un dato conocido) y la fuerza eléctrica (que es una de las variables buscados). También utiliza la relación entre fuerza, trabajo y diferencia de energía potencial.

• Se da el campo eléctrico, por lo que es fácil encontrar la fuerza eléctrica que se ejerce sobre el protón. El cálculo del trabajo que realiza esta fuerza sobre el protón también es fácil porque $\vec{E}$ es uniforme, lo que significa que la fuerza es constante. Una vez que se conoce el trabajo, se determina la diferencia de potencial empleando la ecuación 23.13.

• a) La fuerza sobre el protón está en la misma dirección que el campo eléctrico, y su magnitud es:

$$F = qE = (1{,}602 \times 10^{-19}\,C)(1{,}5 \times 10^{7}\,N/C)$$
$$= 2{,}4 \times 10^{-12}\,N$$

b) La fuerza es constante y está en la misma dirección que el campo eléctrico, de manera que el trabajo efectuando sobre el protón es

$$W_{a\to b} = Fd = (2{,}4 \times 10^{-12}\,N)(0{,}50\,m) = 1{,}2 \times 10^{-12}\,J$$

S T Q Q S S D

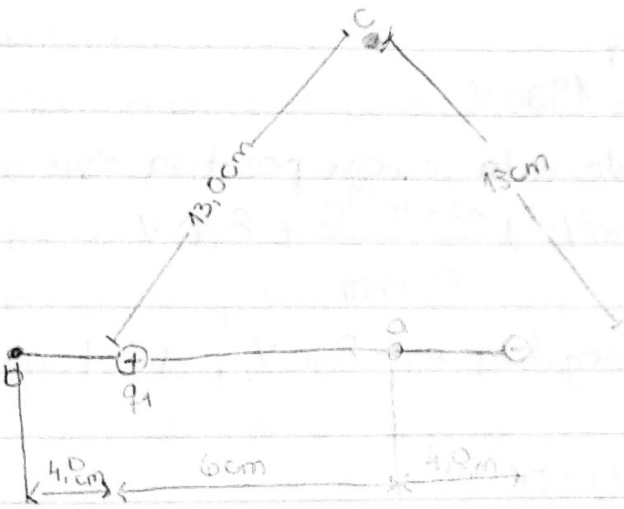
$= (1{,}2 \times 10^{-12}\ J)\ \dfrac{1\ eV}{1{,}602 \times 10^{-19}\ J}$

$= 7{,}5 \times 10^{6}\ eV = 7{,}5\ MeV$

23.4 Potencial debido a dos cargas puntuales

Un dipolo eléctrico consiste en dos cargas puntuales, $q_1 = +12\,nC$ y $q_2 = -12\,nC$ colocadas a una distancia de 10cm una de la otra (fig 23.14). Calcule los potenciales en los puntos a, b y c sumando los potenciales debidos a cada carga, como en la ecuación 23.15.

¿Cuáles son los potenciales en los puntos a, b y c debidos a este dipolo eléctrico?



• Este es el mismo ordenamiento de cargas que el del ejemplo 21.9 (sección 21.5) En ese ejemplo se cálculo el campo eléctrico en cada punto por medio de una suma vectorial. La variable buscada en este problema es el potencial eléctrico V en tres puntos.

• Para encontrar V en cada punto, en la ecuación 23.15 se hace la suma algebraica:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

• En el punto a el potencial debido a la carga positiva q_1 es

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_1} = (9{,}0 \times 10^{9}\ N \cdot m^2/C^2)\ \frac{12 \times 10^{-9}\,C}{0{,}060\,m}$$

$$= 1800\ N \cdot m/C$$

$$= 1800\ J/C = 1800\ V$$

y el potencial debido a la carga q_2 es

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r_2} = (9{,}0\times10^{9}\ N\cdot m^2/C^2)\frac{(-12\times10^{-9}C)}{0{,}040m}$$

$$= -2700\ N\cdot m/C$$

$$= -2700\ J/C = -2700\ V$$

El potencial Va en el punto a es la suma de éstos:

$$V_a = 1800V + (-2700\ V) = -900V.$$

Con cálculos similares se demuestra que en el punto b el potencial debido a la carga positiva es +2700V, el potencial debido a la carga negativa es -770V, y

$$V_b = 2700V + (-770\ V) = 1930\ V$$

En el punto c, el potencial debido a la carga positiva es

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_1} = (9{,}0\times10^{9}\ N\cdot m^2/C^2)\frac{12\times10^{-9}C}{0{,}13m} = 830\ V$$

El potencial debido a la carga negativa es -830V, y el potencial total es igual a cero:

$$V_c = 830V + (-830V) = 0$$

El potencial también es igual a cero en el infinito (infinitamente lejos de ambos cargos).

23.5 Potencial y energía potencial

Calcule la energía potencial asociada con una carga puntual de +4,0nC si se coloca en los puntos a, b y c de la fig 23.14.

- Se conoce el valor del potencial eléctrico en cada uno de esos puntos, y se necesita encontrar la energía potencial para una carga puntual situada en cada punto.
- Para cualquier carga puntual q, la energía potencial asociada es $U = qV$. Se utilizan los valores de V del ej. 23.4

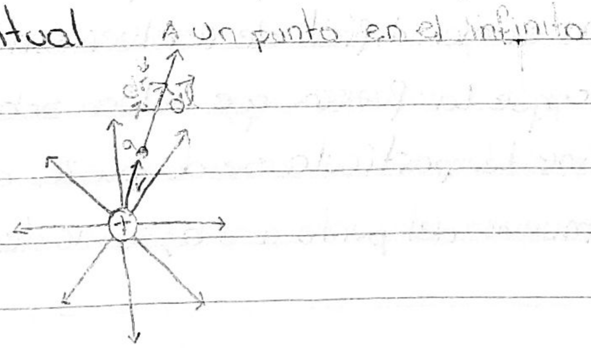
En el punto a: $U_a = qV_a = (4{,}0 \times 10^{-9} C)(-900 J/C) = -3{,}6 \times 10^{-6} J$.
En el punto b: $U_b = qV_b = (4{,}0 \times 10^{-9} C)(1930 J/C) = 7{,}7 \times 10^{-6} J$.
En el punto c: $U_c = qV_c = 0$
Todos estos valores corresponden a U y V con valor de cero en el infinito.

23.6 Cálculo del potencial por integración

Calcule el potencial a una distancia r de una carga puntual q, por medio de la integración del campo eléctrico, como en la ecuación 23.17.

- Este problema pide encontrar el potencial eléctrico a partir del campo eléctrico.
- Para obtener el potencial V a una distancia r de la carga puntual, se establece que el punto a en la ecuación 23.17 sea la distancia r, y que el punto b esté en el infinito fig. 23.15. Como de costumbre, elegimos que el potencial sea cero a una distancia infinita a partir de la carga.

Cálculo de la energía potencial por integración de $\vec{E}$ para una sola carga puntual



Para resolver la integral, podemos elegir cualquier camino entre los puntos a y b. El más conveniente es en una línea recta radial como se muestra en la fig 23.15, de manera que $d\vec{l}$ esté en la dirección radial y tenga magnitud dr. Si q es positiva, $\vec{E}$ y $d\vec{l}$ siempre son paralelos, por lo que $\phi = 0$ y la ecuación 23.17 se convierte en

$$V - 0 = \int_r^\infty E\, dr = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\, dr$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}\Big|_r^\infty = 0 - \left(-\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}\right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

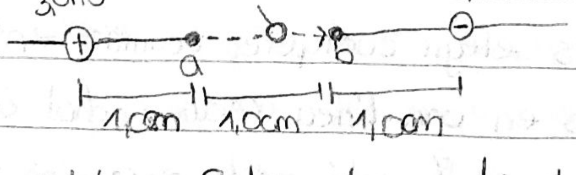
Esto concuerda con la ecuacion 23.14. Si q es negativa, $\vec{E}$ se dirige radialmente hacia la carga, en tanto que $\vec{dl}$ sigue yendo en forma radial, por lo que $\phi = 180°$. Como $\cos 180° = -1$, se agrega un signo menos al resultado anterior. Sin embargo, la magnitud del campo E siempre es positiva, y como q es negativa, se debe escribir $E = |q|/4\pi\epsilon_0 r = -q/4\pi\epsilon_0 r$, lo que da otro signo menos. Los dos signos menos se cancelan y el resultado anterior de V es válido para cargas puntuales de cualquier signo.

23.7 Desplazamiento a través de una diferencia de potencial

En la fig 23.16, una partícula de polvo, cuya masa es $m = 5{,}0 \times 10^{-9}$ kg $= 5{,}0\ \mu g$ y con carga $q_0 = 2.0$ nC, parte del reposo en un punto a y se mueve en línea recta hasta un punto b. ¿Cuál es su velocidad v en el punto b?

- Este problema implica un cambio de rapidez y, por lo tanto, de la energía cinética de la partícula, por lo que se puede usar el enfoque de la energía. Este problema sería difícil de resolver sin el empleo de técnicas de energía, puesto que la fuerza que actúa sobre la partícula varía en magnitud conforme la partícula se desplaza de a a b.

La partícula se mueve del punto a a b; su aceleración no es constante



~~Este problema~~ Sobre la partícula actúa solo la fuerza eléctrica conservativa, por lo que la energía mecánica se conserva:

$$K_a + U_a = K_b + U_b$$

- Para esta situación, $K_a = 0$ y $K_b = \frac{1}{2} m v^2$. Las energías potenciales (U) se obtienen de los potenciales (V) por medio de las ecuación 23.12:

$U_a = q_0 V_a$ y $U_b = q_0 V_b$. Al sustituir esto en la ecuación de conservación de la energía y despejar v, se encuentra que

$$0 + q_0 V_a = 1/2\, mv^2 + q_0 V_b$$
$$v = \sqrt{\frac{2q_0(V_a - V_b)}{m}}$$

Con la ecuación 23.15 se calculan los potenciales, como se hizo en el ejemplo 23.4

$$V_a = (9{,}0\times10^9\ N\cdot m^2/C^2) \times \left(\frac{3{,}0\times10^{-9}C}{0{,}010m} + \frac{(-3{,}0\times10^{-9}C}{0{,}020m}\right) = 1350V$$
$$V_b = (9{,}0\times10^9\ N\cdot m^2/C^2) \times \left(\frac{3{,}0\times10^{-9}C}{0{,}020} + \frac{(-3{,}0\times10^{-9}C}{0{,}010m}\right) = -1350V$$
$$V_a - V_b = (1350V) - (-1350V) = 2700V$$

$$v = \sqrt{\frac{2(2{,}0\times10^{-9}C(2700V)}{5{,}0\times10^{-9}kg}} = 46\ m/s$$

23.8 Esfera conductora con carga.

Una esfera sólida conductora de radio R tiene una carga total q. Encuentre el potencial en todos los lugares, tanto fuera como dentro de la esfera.

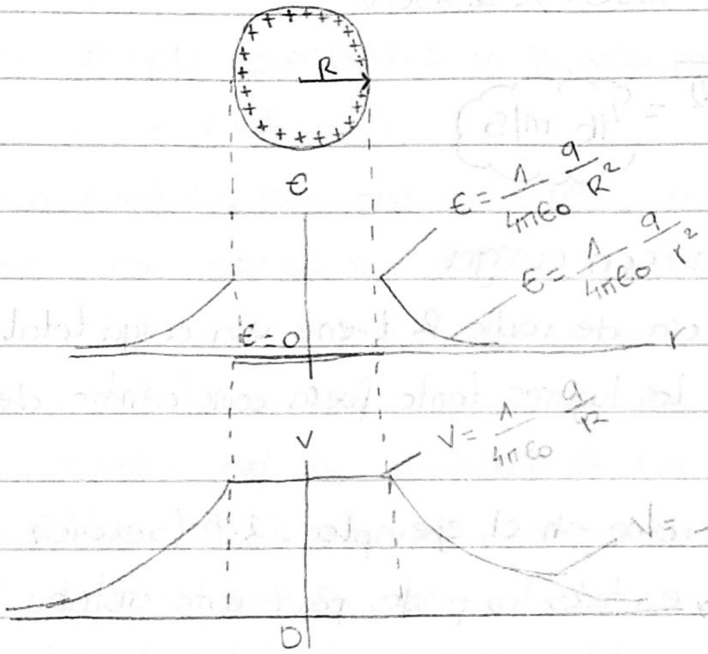
- Se usa la ley de Gauss como en el ejemplo 22.5 (sección 22.4) para encontrar el campo eléctrico en todos los puntos para esta distribución de carga. El resultado se emplea para determinar el potencial en todos los puntos
- Se elige como origen el centro de la esfera. Como se conoce E en todos los valores de la distancia r desde el centro de la esfera, se determina V como función de r
- Del ejemplo 22.5, en todos los puntos fuera de la esfera el campo es el mismo que si la esfera se eliminara y se sustituyera por una carga puntual q. Se considera $V=0$ en el infinito, como se hizo para una carga puntual. Por lo tanto, el potencial en un punto en el exterior de la esfera a una distancia r de su centro es el mismo que el potencial debido a una carga puntual q en el centro:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

El potencial en la superficie de la esfera es $V_{superficie} = q/4\pi\epsilon_0 R$.

En el interior de la esfera, $\vec{E}$ es igual a cero en todas partes; de otra manera, la carga se movería dentro de la esfera. De esta forma, si una carga de prueba se desplaza de un punto a otro en el interior de la esfera, no se efectúa ningún trabajo sobre la carga esto significa que el potencial es el mismo en todos los puntos del interior de la esfera y es igual a su valor $q/4\pi\epsilon_0 R$ en la superficie.

Magnitud del campo eléctrico E y el potencial V en puntos dentro y fuera de una esfera conductora con carga positiva.



23.9 Placas paralelas con cargas opuestas

Encuentre el potencial a cualquier altura y entre las dos placas paralelas con cargas opuestas que se estudiaron en la sección 23.1 (fig. 23.19)

- Se conoce la energía potencial eléctrica U, para una carga de prueba q_0 como función de y. La meta aquí es obtener el potencial eléctrico V debido a las cargas en las placas como función de y.
- $U = q_0 E y$ en un punto a la distancia y sobre la placa inferior. Esta expresión se utiliza para determinar el potencial V en ese punto.
- El potencia $V(y)$ en la coordenada y es la energía potencial por unidad de carga:

$$V(y) = \frac{U(y)}{q_0} = \frac{q_0 E y}{q_0} = Ey$$

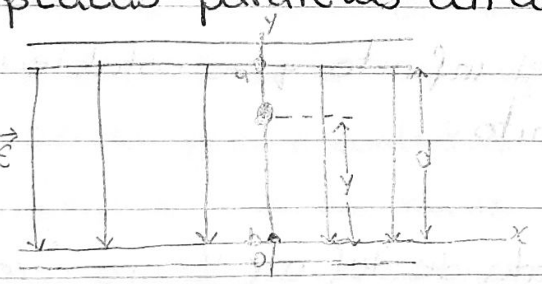
Se ha elegido que $U(y)$ y, por lo tanto, $V(y)$ sean igual a cero en el punto b, donde $y=0$. Incluso si elegimos que el potencial sea diferente de cero en b, se cumpliría que $V(y)-V_b=\mathcal{E}y$

El potencial disminuye conforme se mueve en la dirección de $\vec{\mathcal{E}}$ de la placa superior a la inferior. En el punto a, donde $y=d$ y $V(y)=V_a$,

$$V_a - V_b = \mathcal{E}d \quad y \quad \mathcal{E} = \frac{V_a - V_b}{d} = \frac{V_{ab}}{d}$$

donde V_{ab} es el potencial de la placa positiva con respecto a la placa negativa. Es decir, el campo eléctrico es igual a la diferencia de potencial entre las placas dividida entre la distancia que las separa. Para una diferencia de potencial dada V_{ab}, cuanto más pequeña sea la distancia entre las dos placas, mayor será la magnitud de $\mathcal{E}$ del campo eléctrico. (Esta relación entre $\mathcal{E}$ y V_{ab} se cumple sólo para la geometría plana descrita. No se aplica para situaciones tales como cilindros o esferas concéntricos en los que el campo eléctrico no es uniforme).

Las placas paralelas con carga de la fig 23.2



23.10 Una línea de carga infinita o un cilindro conductor con carga

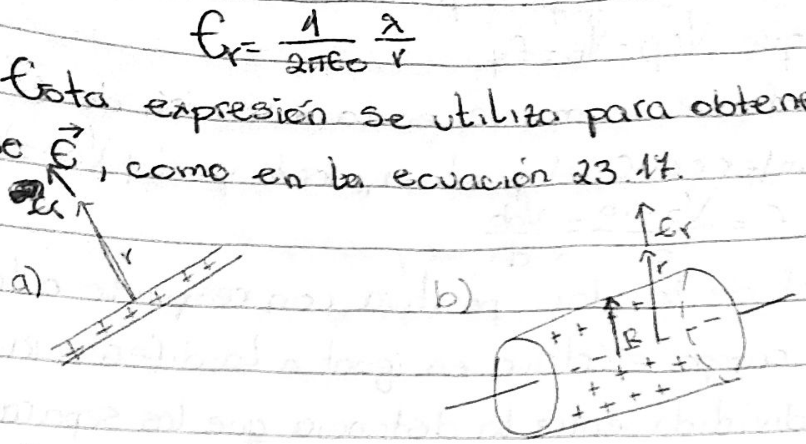
Encuentre el potencial a la distancia r de una línea muy larga de carga con densidad lineal de carga λ (carga por ~~la~~ unidad de longitud)

- Un enfoque para este problema consiste en dividir la línea de carga en elementos infinitisimales, como se hizo en el ejemplo 21.11 (sec 21.5) para determinar el campo eléctrico que produce esa línea. Después se puede integrar como en la ecuación (23.16) para determinar el potencial neto V. Sin embargo, en este caso el objetivo se simplifica mucho porque ya se conoce el campo eléctrico.
- Se encontró que el campo eléctrico a una distancia r de una línea

recta y larga de carga fig 23.20a sólo tiene una componente radial dada por:

$$E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

Esta expresión se utiliza para obtener el potencial por integración de $\vec{E}$, como en la ecuación 23.17.



• Como el campo sólo tiene una componente radial, el producto escalar $\vec{E}.\vec{dl}$ es igual a $E_r dr$. Así, el potencial de cualquier punto a con respecto a cualquier otro punto b, a distancias radiales r_a y r_b de la línea de carga, es

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}.\vec{dl} = \int_a^b E_r\,dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}$$

Si se toma el punto b en el infinito y se establece que $V_b=0$ se encuentra que V_a es infinito:

$$V_a = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{\infty}{r_a} = \infty$$

Esto se demuestra que si se trata de definir V como cero en el infinito, entonces V debe ser infinito a cualquier distancia infinita de la línea de carga. Ésta no es una manera útil de definir V para este problema.

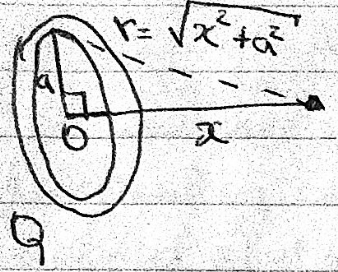
La dificultad escriba en que la distribución de carga en sí se extiende al infinito.

Para sortear la dificultad se debe recordar que V puede definirse como cero en cualquier punto que desee. Se establece que $V_b=0$ en el punto b a una distancia radial arbitraria r_0. Así, el potencial $V=V_a$ en el punto a a una distancia radial r está dado por $V-0= (\lambda/2\pi\epsilon_0)\ln(r_0/r)$ o bien $V=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{r_0}{r}$

23.11 Anillo de carga

Una carga eléctrica está distribuida de manera uniforme alrededor de un anillo delgado de radio a con carga total Q. Determine el potencial en un punto P sobre el eje del anillo a una distancia x del centro del anillo.

Toda la carga en un anillo con carga Q está a la misma distancia r de un punto p situado sobre el eje del anillo.



Del ejemplo 21.10 (sec 21.5), ya se conoce el campo eléctrico en todos los puntos a lo largo del eje x, por lo que el problema se resuelve por integración de $\vec{E}$, como en la ecuación 23.17 para obtener V a lo largo de este eje. En forma alternativa, se podría dividir el anillo en segmentos infinitesimales y usar la ecuación 23.16 para encontrar V.

La fig. muestra que es mucho más fácil encontrar V en el eje empleando el enfoque de segmentos infinitesimales.

Eso se debe a que todas las partes del anillo (es decir, todos los elementos de la distribución de carga) están a la misma distancia r del punto P.

La fig. muestra que la distancia entre cada elemento de carga dq sobre el anillo y el punto P es $r = \sqrt{x^2+a^2}$. Por lo tanto, se saca de la integral el factor $1/r$ en la ecuación 23.16 y

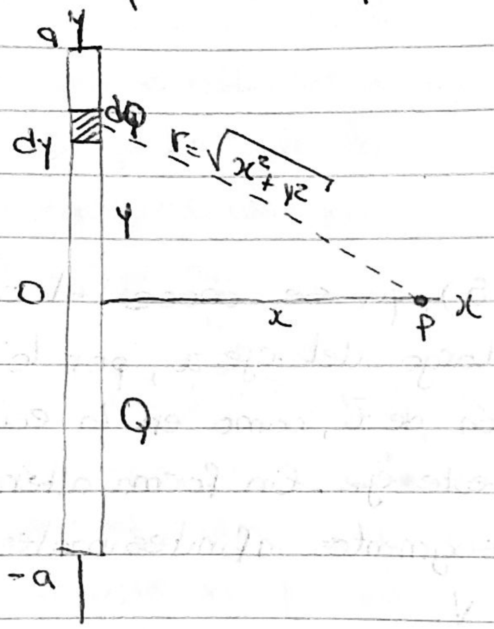
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

El potencial es una cantidad escalar, por lo que en este cálculo no es necesario considerar componentes de vectores, como se tuvo que hacer al obtener el campo eléctrico en P. Por ello, los cálculos del potencial son mucho más sencillos que los del campo.

23.12 Línea de carga

Una carga eléctrica Q se encuentra distribuida de manera uniforme a lo largo de una línea o varilla delgada de longitud 2a. Determine el potencial en el punto P a lo largo de la bisectriz perpendicular de la varilla a una distancia x de su centro.

Diagrama para este problema.



Ésta es la misma situación que la del ejemplo 21.11 (sec. 21.5) donde se obtuvo una expresión para el campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto arbitrario del eje x. Se pudo integrar $\vec{E}$ con la ecuación 23.17 para encontrar V. En vez de ello, se integrará sobre la distribución de carga utilizando la ecuación 23.16 para obtener un poco más de experiencia con este enfoque.

La situación se ilustra en la fig anterior. A diferencia de la situación en el ejemplo 23.11, cada elemento de carga dQ está en una distancia diferente del punto p.

Igual que en el ejemplo 21.11, el elemento de carga dQ que corresponde a un elemento de longitud dy sobre la varilla, está dado por $dQ = (Q/2a)dy$. La distancia de dQ a P es $\sqrt{x^2+y^2}$, y la contribución dV que hace al potencial en P es

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2a}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

Para obtener el potencial en P debido a toda varilla, se integra dV sobre la longitud de la varilla, de $y=-a$ a $y=a$:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

La integral se puede consultar en una tabla. El resultado final es:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2a}\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+x^2}+a}{\sqrt{a^2+x^2}-a}\right)$$

23.13 Potencial y campo de una carga puntual

De la ecuación 23.14, el potencial a una distancia radial r de una carga puntual q es $V = q/4\pi\epsilon_0 r$. Encuentre el campo eléctrico vectorial a partir de esta expresión para V.

- Este problema utiliza la relación entre potencial eléctrico como función de la posición y el vector de campo eléctrico vectorial
- Por simetría, el campo eléctrico sólo tiene una componente radial E_r, y para encontrarla se usa la ecuación 23.23

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Por lo tanto, el campo eléctrico vectorial es

$$\vec{E} = \hat{r}E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

23.14. Potencial y campo de un anillo de carga.

En el ejemplo 23.11 (sec. 23.3) se encontró que para un anillo de carga con radio a y carga total Q, el potencial en el punto P sobre el eje del anillo a una distancia x del centro es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

Encuentre el campo eléctrico en P.

• Se da V como función de x a lo largo del eje x, y se desea obtener el campo eléctrico en un punto sobre este eje.

• De la simetría de la distribución de carga que se muestra en la fig 23.21, el campo eléctrico a lo largo del eje de simetría del anillo sólo tiene una componente x, la cual se encuentra con la primera de las ecuaciones 23.19.

• La componente x del campo eléctrico es:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}.$$

23.5 En cierta región del espacio, el potencial está dado por $V = A + Bx + Cy^3 + Dxy$, donde A, B, C y D son constantes positivos. ¿Cuál de estos enunciados sobre el campo eléctrico $\vec{E}$ en esta región del espacio es correcto? (Puede haber más de una respuesta correcta)

i) Aumentar el valor de A incrementará el valor de $\vec{E}$ en todos los puntos;

ii) Aumentar el valor de A disminuirá el valor de $\vec{E}$ en todos los puntos;

iii) $\vec{E}$ no tiene componente z

iv) El campo eléctrico es igual a cero en el origen ($x=0$, $y=0$, $z=0$).

De las ecuaciones 23.19, las componentes del campo eléctrico son $E_x = -\partial V/\partial x = B + Dy$, $E_y = -\partial V/\partial y = 3Cy^2 + Dx$ y $E_z = -\partial V/\partial z = 0$. El valor de A no tiene efecto, lo que significa que se puede sumar una constante al potencial eléctrico en todos los puntos sin que cambien $\vec{E}$ o la diferencia de potencial ~~eléctrico~~ entre dos puntos. El potencial no depende de z, por lo que la componente z de $\vec{E}$ es igual a cero. Observe que en el origen el campo eléctrico no es igual a cero porque tiene una componente x distinta de cero: $E_x = B$, $E_y = 0$, $E_z = 0$.

23.4: Las formas de las superficies equipotenciales en la fig 23.24 ¿Cambiarían si se invirtiera el signo de cada carga? NO.

Si las cargas positivas en la fig. 23.24 se sustituyeran por cargas negativas y viceversa, las superficies equipotenciales serían iguales, pero el signo del potencial se invertiría. Por ejemplo, las superficies en la fig. 23.24b con potencial $V=+30V$ y $V=-50V$ tendrían potenciales $V=-30V$ y $V=+50V$, respectivamente.

Evalúe su comprensión

23.1

Considere el sistema de tres cargas puntuales del ejemplo 21.4 y que se ilustra en la fig. 21.14.

a) ¿Cuál es el signo de la energía potencial total de este sistema?

i) positivo

ii) negativo

iii) cero

b) ¿Cuál es el signo de la cantidad total de trabajo que tendría que hacerse para llevar las cargas infinitamente lejos una de otra?

i) positivo

ii) negativo

iii) cero.

Las 3 cargas q_1, q_2 y q_3 son positivas. De ahí que la energía potencial eléctrica total U sea positiva. Esto significa que se requeriría trabajo positivo para llevar las 3 cargas del infinito a las posiciones que se indican en la fig. 21.14, y trabajo negativo para llevarlas de regreso de esas posiciones al infinito.

23.2.

Si el potencial eléctrico en cierto punto es igual a cero, el campo eléctrico en ese punto, ¿tiene que valer cero? NO. Si $V=0$ en cierto punto, $\vec{E}$ no tiene que ser igual a cero en ese punto. Un ejemplo de esto es el punto c en las fig. 21.23 y 23.14, para el que hay un campo eléctrico en dirección $+x$ aun cuando $V=0$. Este resultado no es sorprendente, ya que V y $\vec{E}$ son cantidades muy diferentes: V es la cantidad de trabajo que se requiere para llevar una carga unitaria del infinito al punto en cuestión, mientras que $\vec{E}$ es la fuerza eléctrica que actúa sobre una unidad de carga cuando llega a ese punto.